

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
теории функций и геометрии



Семёнов Е.М.

подпись, расшифровка подписи

11.04.2022 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.В.ДВ.01.01 Математические модели гидродинамики**

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

01.05.01 Фундаментальные математика и механика

**2. Профиль подготовки/специализация:** Современные методы теории функций в математике и механике

**3. Квалификация (степень) выпускника:**

Математик. Механик. Преподаватель

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

теории функций и геометрии

**6. Составители программы:** Стенюхин Леонид Витальевич, к. ф.-м. н., доцент

**7. Рекомендована:** Научно-методическим Советом математического факультета, НМС протокол № 0500-03 от 24.03.2022 г.

---

**8. Учебный год:** 2025 - 2026

**Семестр:** 7

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:** знать основные принципы и владеть основными методами гидродинамики, моделировать и уметь решать задачи гидродинамики.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений, дисциплина по выбору, требуется знать основы математического анализа, комплексного анализа, дифференциальных уравнений, уравнения с частными производными.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен выявлять, применять, разрабатывать и целенаправленно использовать методы теории функций в задачах математики и механики	ПК-1.3	Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике, механике и информатике	уметь: моделировать и решать задачи гидродинамики  владеть (иметь навык(и)): основными методами гидродинамики
ПК-2	Способен проводить исследования по обработке и анализу научной информации и результатов исследований методами теории функций.	ПК-2.1	Знает современные методы разработки и реализации моделей, используя теорию функций	знать: основные принципы гидродинамики
		ПК-2.2	Умеет разрабатывать математические модели в области естествознания, экономики и управления, а также реализовывать алгоритмы математических моделей на базе пакетов прикладных программ моделирования	уметь: моделировать и решать задачи гидродинамики
ПК-3	Способен к построению моделей и	ПК-3.1	Знает современные методы разработки	знать: основные принципы гидродинамики

	оптимальному решению теоретических и прикладных задач математики и механики на основе методов теории функций и геометрии		и реализации математических моделей	
		ПК-3.2	Владеет навыками построения моделей прикладных процессов и навыками применения современных инструментальных средств к решению прикладных задач	владеть (иметь навык(и)): основными методами гидродинамики

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.**(в соответствии с учебным планом) — 3/108.

**Форма промежуточной аттестации**(зачет/экзамен) зачёт.

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		№ семестра	№ семестра	...
Аудиторные занятия	32	7		
в том числе: лекции	16	7		
практические	16	7		
лабораторные				
Самостоятельная работа	76	7		
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час. / экзамен – ___ час.)	0	7		
Итого:	108	7		

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Кинематика жидкой среды	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Гипотеза сплошности жидкой среды, переменные Лагранжа и Эйлера. Элементы теории поля. Поле скоростей.</li> <li>2. Уравнение неразрывности. Потенциальное и вихревое движения.</li> </ol>
1.2	Динамика идеальной жидкости	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Общее уравнение движения жидкого объёма.</li> <li>2. Уравнения Эйлера.</li> <li>3. Модели жидких идеальных сред.</li> </ol>

		4. Плоское потенциальное движение.
1.3	Механика вязкой жидкости	1. Понятие вязкой жидкости, Тензор напряжений. Связь между компонентами тензоров скоростей деформации и напряжений. 2. Уравнения Навье-Стокса. 3. Модели жидких вязких сред.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Кинематика жидкой среды	1. Гипотеза сплошности жидкой среды, переменные Лагранжа и Эйлера. 2. Элементы теории поля. Поле скоростей. 3. Уравнение неразрывности. Потенциальное и вихревое движения.
2.2	Динамика идеальной жидкости	1. Общее уравнение движения жидкого объёма. 2. Уравнения Эйлера. 3. Модели жидких идеальных сред. 4. Плоское потенциальное движение.
2.3	Механика вязкой жидкости	1. Понятие вязкой жидкости, Тензор напряжений. Связь между компонентами тензоров скоростей деформации и напряжений. 2. Уравнения Навье-Стокса. 3. Модели жидких вязких сред.
<b>3. Лабораторные работы</b>		

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Кинематика жидкой среды	4	4		24	32
2.	Динамика идеальной жидкости	6	6		26	38
3.	Механика вязкой жидкости	6	6		26	38
	Итого:	16	16		76	108

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Лекции по гидродинамике / М.А. Давыдова. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 216 с.
2.	Гидродинамика: учеб. Пособие для студентов нематематических факультетов / А.Б. Мазо, К.А. Поташев. – Казань: Казан. ун-т, 2013. – 2-е изд. – 128 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1.	Гидродинамика / Г. Ламб. - М.- Ижевск: РХД, 2003.

2.	Гидродинамика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. - М.: Наука. ФИЗМАТЛИТ, 2001.
3.	Течения вязкой жидкости / В.Я. Шкадов, З.Д. Запьянов. - М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1984.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1.	lprbookshop.ru
2.	e.lanbook.com
3.	book.ru

\* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1.	Лекции по гидродинамике / М.А. Давыдова. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 216 с.
2.	Гидродинамика: учеб. Пособие для студентов нематематических факультетов / А.Б. Мазо, К.А. Поташев. – Казань: Казан. ун-т, 2013. – 2-е изд. – 128 с.

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):** (При реализации дисциплины могут проводиться различные типы лекций (вводная, обзорная и т.д.), семинарские занятия (проблемные, дискуссионные и т.д.), применяться дистанционные образовательные технологии в части освоения лекционного материала, проведения текущей аттестации, самостоятельной работы по дисциплине или отдельным ее разделам и т.д. При применении ЭО и ДОТ необходимо в п.15 в) указать используемые ресурсы (см. пример выше)

При реализации учебной дисциплины используются информационные электронно-образовательные ресурсы [www.liv.vsu.ru](http://www.liv.vsu.ru) и <https://e.lanbook.com>.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**  
специального оборудования не требуется

**19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Кинематика жидкой среды.	ПК-1	ПК-1.3	- Практико-ориентированные задания. Контрольная работа
2	Динамика идеальной жидкости	ПК-2	ПК-2.1 ПК-2.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа
3	Механика вязкой жидкости	ПК-3	ПК-3.1 ПК-3.2	Практико-ориентированные задания
Промежуточная аттестация форма контроля – зачёт				Перечень вопросов Практическое задание

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

#### 20.1.1 Перечень вопросов к зачету:

1. Предмет и методы гидрогазодинамики (механики жидкостей и газов). Основные термины и определения.
2. Схемы сплошной среды и понятия «жидкая частица»; вязкость каплежидкостей и газов, идеальная (лишенная вязкости) и реальная жидкость, ньютоновская и неньютоновская жидкости.
3. Поверхностное натяжение; кипение жидкостей, кавитация.
4. Силы, действующие в жидкости, находящейся в статическом положении. Гидростатическое давление. Основная формула гидростатики.
5. Понятие о напоре: гидростатический и пьезометрический напоры. Равновесие жидкостей в сообщающихся сосудах. Методы и приборы для измерения давления.
6. Закон Архимеда. Плавание тел.
7. Режимы движения жидкости (ламинарный, турбулентный, переходный). Местная скорость движения жидкости. Поле скоростей движения жидкости. Линии тока. Расход жидкости.
8. Вихревое движение. Циркуляция скорости
9. Уравнения движения применительно к произвольному объему потока вязкой сжимаемой жидкости (дифференциальные уравнения Навье-Стокса).
10. Дифференциальные уравнения движения идеальной (невязкой) жидкости (уравнения Эйлера).
11. Уравнение Бернулли для идеальной и вязкой жидкости.
12. Уравнения турбулентного движения жидкости (уравнения Рейнольдса). Основные гипотезы о переносе энергии турбулентности в вязких потоках жидкости.

#### 20.1.2 Перечень практических заданий

**Задача 1.** Канал трапецеидального сечения имеет следующие размеры: ширина по дну  $b = 3,8$  м, коэффициент заложения откоса  $m = 1,5$  м, глубина воды  $h = 1,2$  м. Определить режим течения воды в канале при объемном расходе  $Q = 5,2$  м<sup>3</sup>/с, а также критическую скорость  $u_{кр}$  при которой произойдет смена режимов течения.

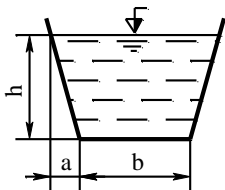


Рис. 19

#### Решение

Используя (прил. 1, сх. 2, в) определим площадь живого сечения канала:

$$S = (b + m \cdot h) h = (38 + 1,5 \cdot 1,2) \cdot 1,2 = 6,72 \text{ м}^2.$$

Определим смоченный периметр:

$$\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2} = 3,8 + 2 \cdot 1,2\sqrt{1+1,5^2} = 8,13 \text{ м.}$$

Определим гидравлический радиус по формуле (1):

$$R_r = \frac{S}{\chi} = \frac{6,72}{8,13} = 0,83 \text{ м.}$$

Определим скорость течения жидкости в канале по формуле (5):

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{5,2}{6,72} = 0,77 \text{ м/с.}$$

Определим число Рейнольдса по формуле (36):

$$Re = \frac{v \cdot R_r}{\nu} = \frac{0,77 \cdot 0,83}{0,0101 \cdot 10^{-4}} = 632772,$$

где  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости для воды, принимаем по прил. 5,  $\nu = 0,0101 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Так как  $Re = 632772 > Re_{кр} = 580$ , то движение турбулентное.

Используя формулу (36) определим критическую скорость, при которой произойдет смена режимов течения:

$$v_{кр} = \frac{Re_{кр} \cdot \nu}{R_r} = \frac{580 \cdot 0,0101 \cdot 10^{-4}}{0,83} = 0,705 \cdot 10^{-3} \text{ м/с} = 0,705 \text{ мм/с.}$$

**Ответ:** режим турбулентный;  $u_{кр} = 0,705 \text{ мм/с}$ .

**Задача 2.** Из резервуара по горизонтальному трубопроводу диаметром  $d = 20 \text{ мм}$  длиной  $\ell = 10 \text{ м}$  вытекает масло марки АМГ-10 с температурой  $t = 20^\circ \text{ С}$ . Определить высоту масла  $H$  в резервуаре, если его массовый расход составляет  $M = 0,3 \text{ кг/с}$ . Коэффициент Кориолиса принять  $\alpha = 1$ .

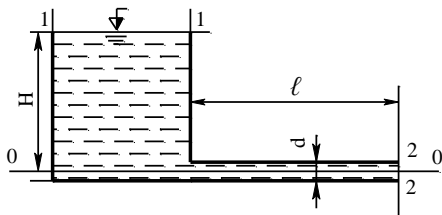


Рис. 20

**Решение**

Плоскость сравнения **0-0** проведем по оси трубопровода, сечение **1-1** по свободной поверхности масла в резервуаре, сечение **2-2** по струе масла в месте её выхода из трубопровода (рис. 20).

Составим для сечений **1-1** и **2-2** уравнение Бернулли:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 + H_{пот\ 1-2}.$$

Так как сечение резервуара значительно больше трубопровода, то скорость течения масла в сечении **1-1** можно принять  $u_1 = 0$ ,  $u_2 = u$ . Давление в сечениях **1-1** и **2-2** равны  $P_1 = P_2 = P_{атм}$ . Геометрические высоты  $Z_1 = H$ ,  $Z_2 = 0$ . Потери на участке от сечения **1** до сечения **2** равны  $H_{пот\ 1-2} = h_{тр}$ .

Перепишем уравнение Бернулли с учетом сказанного выше и получим:

$$\frac{P_{атм}}{\rho g} + H = \frac{v^2}{2g} + \frac{P_{атм}}{\rho g} + h_{тр},$$

откуда:

$$H = \frac{v^2}{2g} + h_{тр}.$$

Определим объемный расход масла:

$$Q = \frac{M}{\rho} = \frac{0,3}{850} = 0,35 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с},$$

где  $\rho$  – плотность масла АМГ-10, определяем по прил. 5,  $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$ .

Используя уравнение (5) определим среднюю скорость масла в трубе:

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{Q \cdot 4}{\pi d^2} = \frac{0,35 \cdot 10^{-3} \cdot 4}{3,14(20 \cdot 10^{-3})^2} = 1,11 \text{ м/с.}$$

Определим число Рейнольдса по формуле (34):

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{1,11 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{0,17 \cdot 10^{-4}} = 1306,$$

где  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости масла, определяем по прил. 5,  $\nu = 0,17 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Так как  $Re = 1306 < Re_{кр} = 2320$ , режим движения ламинарный. Формулу для определения гидравлического сопротивления  $\lambda$  возьмем из табл. 1:

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1306} = 0,049.$$

Определим потери напора на трение по длине потока по формуле (38):

$$h_{тр} = \lambda \cdot \frac{\ell}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,049 \cdot \frac{10}{20 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{1,11^2}{2 \cdot 9,8} = 1,54 \text{ м.}$$

Определим высоту масла в резервуаре, подставив полученные значения в уравнение для  $H$ , получим:

$$H = \frac{1,11^2}{2 \cdot 9,8} + 1,54 = 1,6 \text{ м.}$$

**Ответ:**  $H = 1,6 \text{ м}$ .

**Задача 3.** Весовой расход легкой нефти в горизонтальном трубопроводе диаметром  $d = 156 \text{ мм}$ , длиной  $\ell = 2000 \text{ м}$  составляет  $G = 0,5 \cdot 10^6 \text{ Н/час}$ . Определить давление  $P_1$  на входе в трубопровод, если давление на выходе  $P_2 = 15 \text{ Н/см}^2$ .

### Решение

Используя формулу (3), определим объемный расход нефти в секунду:

$$Q = \frac{G}{\rho g} = \frac{0,5 \cdot 10^6}{884 \cdot 9,8 \cdot 3600} = 0,016 \text{ м}^3/\text{с},$$

где  $\rho$  – плотность легкой нефти, определяем по прил. 5,  $\rho = 884 \text{ кг/м}^3$ .

По формуле (5) определим среднюю скорость потока в живом сечении:

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{0,016}{0,0191} = 0,837 \text{ м/с.}$$

где  $S$  – площадь живого сечения потока.

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,156^2}{4} = 0,0191 \text{ м}^2.$$

Для определения гидродинамического режима течения, вычислим число Рейнольдса по формуле (39):

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{0,837 \cdot 0,156}{1,1 \cdot 10^{-4}} = 1187.$$

Так как  $Re = 1187 < Re_{кр} = 2320$ , следовательно, режим течения в трубопроводе ламинарный.

Определим потери напора на трения по длине трубопровода по формуле (38):

$$h_{тр} = \lambda \cdot \frac{\ell}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,0539 \cdot \frac{2000}{0,156} \cdot \frac{0,837^2}{2 \cdot 9,8} = 24,7 \text{ м.}$$

где  $\lambda$  – коэффициент гидравлического трения определяем по табл. 1, т. к. режим течения ламинарный то:

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1187} = 0,0539.$$



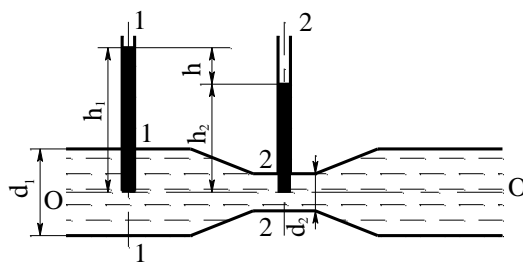


Рис. 21

Составим уравнение Бернулли для начала и конца трубопровода:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 + h_{w\ 1-2}.$$

По условию задачи трубопровод горизонтальный и постоянного диаметра, следовательно,  $Z_1 = Z_2$ ,  $u_1 = u_2$ ,  $h_{w\ 1-2} = h_{тр}$ . тогда из уравнения Бернулли определим давление на входе в трубопровод:

$$\frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_2}{\rho g} + h_{тр},$$

откуда:

$$P_1 = P_2 + \rho g h_{тр} = 15 \cdot 10^4 + 884 \cdot 9,8 \cdot 24,7 = 36,4 \text{ Н/см}^2.$$

**Ответ:**  $P_1 = 36,4 \text{ Н/см}^2$ .

**Задача 4.** Определить расход воды  $Q$  в трубе диаметром  $d_1 = 250 \text{ мм}$ , имеющей плавное сужение до диаметра  $d_2 = 125 \text{ мм}$ , если показания пьезометров: до сужения  $h_1 = 50 \text{ см}$ ; в сужении  $h_2 = 30 \text{ см}$ . Коэффициент расхода  $\mu = 0,98$  (рис. 21).

### Решение

Составим уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2 приняв за плоскость сравнения ось трубы:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{пот}^{1-2}.$$

Учитывая, что  $z_1 = z_2 = 0$ , пренебрегая в первом приближении потерями напора, т. е. принимая  $h_{пот}^{1-2} = 0$ , и полагая  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ , получим:

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}.$$

Из уравнения неразрывности течения имеем  $s_1 u_1 = s_2 u_2$ .

Поскольку  $s_1 = \pi d_1^2 / 4$ ;  $s_2 = \pi d_2^2 / 4$ , то  $v_2 = v_1 d_1^2 / d_2^2$ .

Обозначим:

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = h_1 - h_2 = h,$$

тогда уравнение Бернулли примет вид:

$$h = \frac{v_1^2}{2g} \left( \frac{d_1^4}{d_2^4} - 1 \right),$$

откуда:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4/d_2^4 - 1}}.$$

Объемный расход воды в трубе определим по формуле (2):

$$Q = s_1 v_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4/d_2^4 - 1}}.$$

В действительности расход воды будет меньше вследствие потерь

напора, которыми пренебрегли. С учетом этих потерь формула для определения объемного расхода примет вид:

$$Q = \mu \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4/d_2^4 - 1}},$$

где  $\mu$  – коэффициент, учитывающий уменьшение расхода вследствие потерь напора:

$$Q = 0,98 \frac{3,14 \cdot 0,25}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81}{0,25^4 / 0,125^4 - 1}} = 0,024 \text{ м}^3/\text{с}.$$

**Ответ:**  $Q = 0,024 \text{ м}^3/\text{с}$ .

**Задача 5.** Определить общие потери напора  $h_w$  в новом стальном трубопроводе, если по нему течет нефть легкая с расходом  $Q = 20 \text{ л/с}$ . Трубопровод  $d_1 = 200 \text{ мм}$ , длиной  $\ell_1 = 1 \text{ км}$  имеет внезапное сужение до  $d_2 = 100 \text{ мм}$ . Суженный участок длиной  $\ell_2 = 1,5 \text{ км}$  имеет два поворота: плавный  $d/R = 0,4$  и крутой  $\alpha = 30^\circ$ .

### Решение

Общие потери напора складываются из потерь напора на трение и местные потери и определяются по формуле (37):

$$h_w = h_{\text{тр}} + h_{\text{м}}.$$

Для определения этих потерь, вычислим площадь сечения трубопровода первого участка:

$$S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (200 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 0,0314 \text{ м}^2.$$

По уравнению (5) определим скорость движения нефти на первом линейном участке:

$$v_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{0,0314} = 0,64 \text{ м/с}.$$

Определим число Рейнольдса при транспортировании нефти по формуле (34):

$$Re_1 = \frac{v_1 \cdot d_1}{\nu} = \frac{0,64 \cdot 200 \cdot 10^{-3}}{1,4 \cdot 10^{-4}} = 1163,$$

где  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости, определяем по прил. 5, для легкой нефти  $\nu = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Так как  $Re_1 = 1163 < Re_{\text{кр}} = 2320$ , то режим течения ламинарный.

Коэффициент гидравлического сопротивления определим по формуле Пуайзеля, используя табл. 1:

$$\lambda_1 = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1163} = 0,055.$$

Определим потери напора на первом линейном участке трубопровода, используя уравнение (38):

$$h_{\text{тр}1} = \lambda_1 \frac{\ell_1}{d} \cdot \frac{v_1^2}{2g} = 0,055 \frac{1000}{200 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{0,64^2}{2 \cdot 9,81} = 5,47 \text{ м}.$$

Определим площадь сечения трубопровода второго линейного участка:

$$S_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (100 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 0,00785 \text{ м}^2.$$

Определим скорость течения нефти на этом участке:

$$v_2 = \frac{Q}{S_2} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{0,00785} = 2,55 \text{ м/с}.$$

Определим число Рейнольдса:

$$Re_2 = \frac{v_2 \cdot d_2}{\nu} = \frac{2,5 \cdot 100 \cdot 10^{-3}}{1,1 \cdot 10^{-4}} = 46364.$$

Так как  $Re_2 = 46364 > Re_{кр} = 2420$ , то режим течения турбулентный.

Число Рейнольдса входит в зону доквадратичного сопротивления  $20 \frac{d}{\Delta_3} < Re_2 < 500 \frac{d}{\Delta_3}$ ,

следовательно коэффициент гидравлического сопротивления определим по формуле Альтшуля, используя табл. 1:

$$\lambda_2 = 0,11 \left( \frac{\Delta_3}{d} + \frac{68}{Re_2} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{0,07}{100} + \frac{68}{46364} \right)^{0,25} \frac{64}{1163} = 0,024,$$

где  $\Delta_3$  – среднее значение эквивалентной шероховатости, определяем по прил. 2, для новых стальных труб  $\Delta_3 = 0,07$  мм.

Определим потери напора на втором линейном участке трубопровода:

$$h_{тр2} = \lambda_2 \frac{l_2}{d} \cdot \frac{v_2^2}{2g} = 0,024 \frac{2500}{100 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{2,55^2}{2 \cdot 9,81} = 39,8 \text{ м.}$$

Определим суммарные потери на трение:

$$h_{тр} = h_{тр1} + h_{тр2} = 5,47 + 39,8 = 45,27 \text{ м.}$$

Определим местные потери напора на суженном участке трубопровода по формуле (39):

$$h_{м1} = \xi_1 \frac{v_1^2}{2g} = 0,375 \frac{0,64^2}{2 \cdot 9,81} = 0,0078 \text{ м,}$$

где  $\xi_1$  – коэффициент местного сопротивления, определяем по (прил. 3, схема б) внезапное сужение:

$$\xi_1 = 0,5 \left[ 1 - \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2 \right] = 0,5 \left[ 1 - \left( \frac{100}{200} \right)^2 \right] = 0,375.$$

Определим местные потери напора при плавном повороте трубопровода:

$$h_{м2} = \xi_2 \frac{v_2^2}{2g} = 0,21 \frac{2,55^2}{2 \cdot 9,81} = 0,069 \text{ м,}$$

где  $\xi_2$  – коэффициент местного сопротивления, определяем по (прил. 3), при плавном повороте  $\frac{d}{R} = 0,4$ ;  $\xi = 0,21$ .

Определим местные потери напора при крутом повороте трубопровода:

$$h_{м3} = \xi_3 \frac{v_2^2}{2g} = 0,16 \frac{2,55^2}{2 \cdot 9,81} = 0,053 \text{ м,}$$

Определим суммарные местные потери напора:

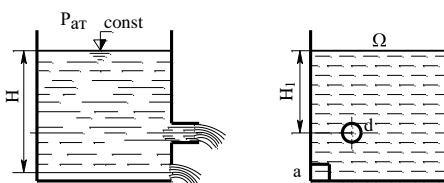
$$h_m = h_{м1} + h_{м2} + h_{м3} = 0,0078 + 0,069 + 0,053 = 0,13 \text{ м.}$$

Определим общие потери напора:

$$h_w = h_{тр} + h_m = 45,27 + 0,13 = 45,4 \text{ м.}$$

**Ответ:**  $h_w = 45,4$  м.

**Задача 6.** В боковой стенке резервуара больших размеров сделаны круглое отверстие диаметром  $d_o = 2,5$  см к которому присоединен внешний цилиндрический насадок и квадратное отверстие со стороной  $a = 4$  см (рис. 22). Определить суммарный расход  $Q$  л/сек из резервуара и скорость истечения воды из отверстий. Напор над центром отверстия  $H = 2,5$  м, над центром насадка  $H_1 = 1,5$  м. Истечение через насадок происходит при несовершенном сжатии, отношение площади отверстия  $S$  к площади сечения резервуара равно



план боковой стенки  
Рис. 22

$$S/\Omega = 0,2.$$

## Решение

Определим скорость истечения воды из внешнего цилиндрического насадка по формуле (51):

$$v_n = \varphi_n \sqrt{2gH_1} = 0,82 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,5} = 4,4 \text{ м/сек},$$

где  $\varphi_n$  – коэффициент скорости, принимаем по прил. 4, для внешнего цилиндрического насадка  $\varphi_n = 0,82$ .

Определим расход воды, вытекающий через насадок по формуле (53):

$$Q_n = \mu_{n1} S \sqrt{2gH_1} = 0,85 \cdot 0,49 \cdot 10^{-3} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,5} = \\ = 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{сек} = 2,25 \text{ л/сек},$$

где  $S$  – площадь сечения выходного отверстия:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (2,5 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 0,49 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$\mu_{n1}$  – коэффициент расхода. При несовершенном сжатии коэффициент расхода определяем по формуле (42):

$$\mu_{n1} = \mu_n (1 + \delta) = 0,82 \cdot (1 + 0,034) = 0,85,$$

где  $\mu_n$  – коэффициент расхода при совершенном сжатии, принимаем по прил. 4, для внешнего цилиндрического насадка  $\mu_n = 0,82$ ;

$\delta_1$  – поправочный коэффициент, принимаем по табл. 2, для отношения  $\frac{S}{\Omega} = 0,2$ ,  $\delta_1 = 0,034$ .

Определим скорость истечения воды из отверстия по формуле (40):

$$v_o = \varphi \sqrt{2gH} = 0,97 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2,5} = 6,8 \text{ м/с},$$

где  $\varphi$  – коэффициент скорости, определяем по прил. 4, для отверстия с острой кромкой  $\varphi = 0,97$ .

Определим расход воды, вытекающий через отверстие по формуле (41):

$$Q_o = \mu_1 S \sqrt{2gH} = 0,66 \cdot 1,6 \cdot 10^{-3} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2,5} = \\ = 7,39 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{сек} = 7,39 \text{ л/сек},$$

где  $S$  – площадь сечения отверстия  $S = a^2 = 0,04^2 = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ ;

$\mu_1$  – коэффициент расхода. Так как отверстие размещено в углу резервуара (см. рис. 22), то происходит не полное сжатие струи. В этом случае коэффициент расхода определяем по формуле (45):

$$\mu_1 = \mu \left( 1 + 0,128 \frac{P_1}{P} \right) = 0,62 \left( 1 + 0,128 \frac{8}{16} \right) = 0,66,$$

где  $\mu$  – коэффициент расхода при полном сжатии, определяем по прил. 4, для отверстия  $\mu = 0,62$ .

Определяем суммарный расход воды вытекающей из резервуара:

$$Q = Q_o + Q_n = 7,39 + 2,25 = 9,64 \text{ л/сек}.$$

**Ответ:**  $u_o = 6,8 \text{ м/сек}$ ,  $u_n = 4,4 \text{ м/сек}$ ,  $Q = 9,644 \text{ л/сек}$ .

## ПРИМЕЧАНИЯ

**Задачи (1-10).** Жидкость **Ж** подается по напорному трубопроводу диаметром **d**, весовой расход жидкости равен **G**. Определить режим течения жидкости, и какой объемный расход **Q** необходимо пропускать по трубопроводу, чтобы изменить режим течения. Решить эту задачу для открытого лотка прямоугольного сечения, заполненного жидкостью высотой **h = 80 мм**, ширина лотка **в = 120 мм**. Числовые данные приведены в табл. 3.

Таблица 3

Числовые данные к задачам (1-10)

Величины	номера задач									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d, мм	156	150	140	120	125	100	130	135	115	107
$G \cdot 10^{-6}$ , Н/час	2,0	1,8	1,6	1,3	1,2	1,9	1,5	2,1	1,7	1,4
Ж	бензин	масло ТП 22	бензин	тяжелое топливо	керосин Т-1	вода пресная	масло МС 14	мазут М 12	масло АС 14	масло АМГ 10

**Задачи (11-20).** Определить режим течения жидкости **Ж** по напорному и безнапорному (заполненному на половину) трубопроводу, имеющему внутренний диаметр **d**, при объемном расходе **Q**. Определить также скорость течения жидкости, при которой произойдет смена режимов течения. Числовые данные приведены в табл. 4.

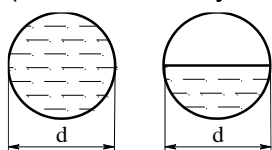


Рис. 23

Таблица 4

Числовые данные к задачам (11-20)

Величины	№ задачи									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
d, мм	200	225	250	275	300	125	150	175	200	225
Q, м <sup>3</sup> /сек	0,22	0,24	0,26	0,32	0,3	0,24	0,26	0,28	0,3	0,32
Ж	бензин	масло ТП 22	бензин	тяжелое топливо	керосин Т-1	вода пресная	масло МС 14	мазут М-12	масло АС-14	масло АМГ-10

**Задачи (21-30).** Объемный расход жидкости **Ж** текущей по лотку прямоугольного сечения с основанием **a** и высотой **h** равен **Q**. Определить режим течения жидкости для напорного и безнапорного (заполненного на **K** части его высоты) лотка. Какой расход необходимо пропускать по лотку, чтобы изменить режим течения жидкости? Числовые данные приведены в табл. 5.

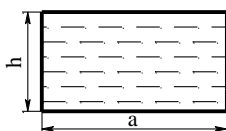


Рис. 24

Таблица 5

Числовые данные к задачам (21-30)

Величины	№ задачи									
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a, мм	170	165	130	145	150	170	160	175	165	180
K	0,6	0,4	0,25	0,3	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,8
h, мм	140	125	100	110	100	125	130	150	120	115
$Q \cdot 10^3$ , м <sup>3</sup> /с	3,0	3,5	3,2	3,6	3,0	3,2	2,8	3,1	3,8	4,0
Ж	бензин	вода пресная	бензин	керосин Т-1	мазут М-12	масло МС-14	масло АС-14	масло И-12А	масло АМГ-10	бензин

**Задачи (31-40).** Весовой расход жидкости  $\mathbf{G}$  составляет  $\mathbf{G}$ . Материал трубопровода  $\mathbf{M}$ , внутренний диаметр  $\mathbf{d}$ , длина  $\mathbf{l}$ . Трубопровод имеет два плавных поворота  $\mathbf{d/R}$  и один крутой на угол  $\mathbf{\alpha}$ . Отметка трубопровода в конечной точке на  $\mathbf{Z_2}$  метров выше начальной, давление вначале трубопровода равно  $\mathbf{P_1}$ . Определить пьезометрический уклон  $\mathbf{i_p}$  и полный напор в конце трубопровода. Числовые данные приведены в табл. 6.

Таблица 6

Числовые данные к задачам (31-40)

Величины	№ задачи									
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$G \cdot 10^{-6}$ , Н/час	0,5 0	0,60	0,55	0,42	0,53	0,44	0,62	0,48	0,46	0,52
$d$ , мм	156	142	150	125	130	135	147	155	160	162
$l$ , м	200 0	1900	180 0	170 0	220 0	210 0	240 0	250 0	230 0	260 0
$P_1 \cdot 10^{-5}$ , Па	4,2	4,0	3,8	3,6	4,4	3,9	4,1	4,7	4,5	4,8
$Z_2$	3,0	3,4	4,0	4,5	3,8	2,8	4,8	3,5	4,2	3,6
$d/R_1$	0,2	0,4	0,8	0,2	0,6	0,8	0,4	0,6	0,4	0,2
$d/R_2$	0,4	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4	0,6	0,2	0,8	0,6
$\alpha$ , °С	20	30	45	30	20	45	60	45	20	30
$\mathbf{Ж}$	масло ДС-11	мазут М-12	нефть легкая	вода пресн	керосин	масло МС-14	масло МК-22	ьное топли	нефть тяжел	масло И12-А
$\mathbf{M}$	стальной старый	новый холоднотя	стальной новый	сварной нержавею	чугунный старый	чугунный старый	оцинкован ный	чугунный новый	чугунный старый	чугунный новый

**Задачи (41-50).** Определить общие потери напора  $\mathbf{h_w}$  в трубопроводе  $\mathbf{T}$  общей длиной  $\mathbf{L = 4}$  км, если по нему течет жидкость  $\mathbf{Ж}$  с объемным расходом  $\mathbf{Q}$ . Трубопровод имеет диаметр  $\mathbf{D}$  длиной  $\mathbf{l}$ , одно внезапное сужение до диаметра  $\mathbf{d}$  и два поворота, один плавный отношением  $\mathbf{d/R}$  и другой крутой на угол  $\mathbf{\alpha}$ . Числовые данные приведены в табл. 7.

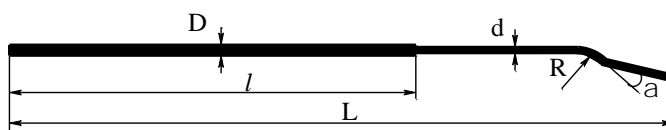


Рис. 25

Таблица 7

Числовые данные к задачам (41-50)

Величины	№ задачи									
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$D$ , мм	250	200	225	250	100	150	175	200	225	250
$l$ , км	1,5	1,8	2,1	2,5	2,7	1,9	1,8	2	2,2	2,4
$Q$ , л/сек	22	24	26	16	18	20	22	20	24	26
$d$ , мм	200	100	200	225	80	100	150	150	200	225
$\alpha$ , °С	30	45	30	20	30	60	45	20	30	45

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
d/R	0,4	0,8	0,6	0,2	0,6	0,4	0,8	0,2	0,6	0,8
Ж	тяжелый мазут	мазут М-12	легкая нефть	бензиновое топливо	керосин	мазут МС-14	масло МК-22	пресная вода	масло ДС-11	масло ИИ12-А
Т	чугунный старый	новый холоднокатанный	стальной новый	чугунный новый	стальной старый	чугунный старый	оцинкованный	нержавеющий	чугунный старый	чугунный новый

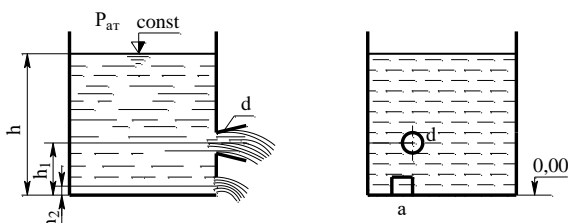
**Задачи (51-60).** Определить геометрический уклон  $i_r$  и давление жидкости в начале линии  $P_1$ , если потребителю подается жидкость **Ж** в количестве  $Q$ . Длина трубопровода  $l$ , внутренний диаметр  $d$ , материал трубопровода **М**, давление жидкости в конце линии  $P_2$ . Отметка оси трубопровода в начальной точке на  $Z_1$  метров выше конечной. Трубопровод имеет два крутых поворота на угол  $\alpha$  и один плавный  $d/R$ . Числовые данные приведены в табл. 8.

Таблица 8

Числовые данные к задачам (51-60)

Величины	№ задачи									
	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
Q, м <sup>3</sup> /час	220	240	225	235	230	215	245	220	250	255
l, км	1,00	1,20	1,40	1,25	1,35	1,30	1,25	1,65	1,55	1,50
d, м	0,207	0,255	0,245	0,200	0,260	0,260	0,250	0,215	0,240	0,255
$P_2 \cdot 10^{-5}$ , Па	1,55	1,65	2,15	2,00	1,75	2,45	1,85	1,95	2,10	2,15
$Z_1$ , м	2,0	2,5	2,4	2,8	2,7	2,1	2,9	3,0	3,2	3,4
$\alpha_1$ , °С	20	60	45	30	20	60	30	20	30	20
$\alpha_2$ , °С	30	45	20	60	45	45	45	60	45	30
d/R	0,6	0,2	0,4	0,8	0,2	0,6	0,4	0,2	0,8	0,4
Ж	бензин	вода пресная	бензиновое топливо	керосин	мазут М-12	масло МС-14	масло АС-14	масло И-12А	масло АМГ-14	бензиновая легкая нефть
М	чугунный старый	новый холоднокатанный	стальной новый	чугунный новый	стальной старый	чугунный старый	оцинкованный	нержавеющий	чугунный старый	чугунный новый

**Задачи (61-70)** Определить суммарный объемный расход воды  $Q$  из резервуара (рис. 26), имеющего квадратное отверстие со стороной  $a$  и круглое отверстие диаметром  $d$ , к которому присоединен конический расходящийся насадок. Сжатие струи в круглом отверстии считать несовершенным, отметку дна принять равной  $0,00$ . Отметки центра насадка  $h_2$ , центра отверстия  $h_1$  и уровня воды в резервуаре  $h$ . Числовые данные



план боковой стенки

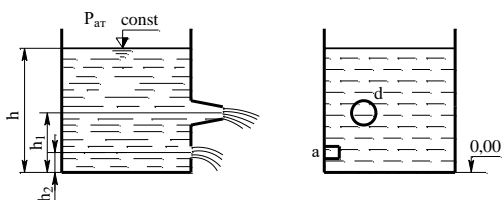
приведены в табл. 9.

Таблица 9

Числовые данные к задачам в (61–70)

Величины	номера задач									
	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
a, см	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	7,6	6,6	5,6	4,6	4,0
d, см	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	7,5	7,0	6,5	6,0
h, м	3,20	3,30	3,40	3,50	3,60	3,70	3,80	3,90	4,00	4,10
h <sub>1</sub> , м	2,0	2,10	2,15	2,20	2,25	2,30	2,35	2,40	2,45	2,50
h <sub>2</sub> , м	0,02	0,025	0,03	0,035	0,04	0,038	0,033	0,028	0,023	0,02

**Задачи (71-80).** В боковой стенке резервуара (рис. 27) сделаны квадратное отверстие со стороной  $a$  и круглое отверстие диаметром  $d$  к которому присоединен конический сходящийся насадок. Отметки центра насадка  $h_1$ , центра отверстия  $h_2$  и уровня воды в резервуаре  $h$  приведены в табл. 10. Отметку дна принять равной  $0,00$ . Сжатие струи в круглом отверстии считать несовершенным. Определить суммарный объемный расход воды  $Q$  из резервуара. Числовые данные приведены в табл. 10.



план боковой стенки

Рис. 27

Таблица 10

Числовые данные к задачам (71-80)

Величины	номера задач									
	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
a, см	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	6,0	4,5	6,0
d, см	6,0	5,5	5,0	7,0	7,5	6,0	4,0	5,5	7,0	5,0
h, м	2,50	2,60	2,70	2,80	2,85	3,00	2,90	3,10	2,75	3,05
h <sub>1</sub> , м	1,90	1,95	2,00	1,80	1,60	1,50	1,60	1,55	1,30	1,45
h <sub>2</sub> , м	1,10	1,05	1,15	1,00	0,85	0,95	1,10	0,80	0,75	0,65

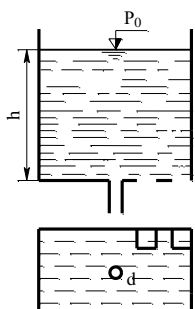


Рис. 28. План дна

**Задачи (81-90)** В дне бака расположены три отверстия. Два квадратных со стороной  $a$ . Одно отверстие примыкает стороной к боковой стенке, другое расположено в углу дна. Третье отверстие круглое диаметром  $d$ , расположено в центре дна и к нему присоединен насадок  $H$  (рис. 28). Глубина воды в баке  $h$ . Определить: 1) суммарный массовый расход  $M_1$  из отверстий и насадка, если давление на поверхности воды атмосферное  $P_0 = P_{атм}$ ; 2) суммарный массовый расход  $M_2$ , если давление на поверхности воды  $P_0 = P$ . Числовые данные приведены в табл. 11.

Таблица 11

Числовые данные к задачам (81-90)

Величины	номера задач									
	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a, см	3,0	4,0	3,8	4,2	4,3	3,7	4,4	4,0	3,8	3,9
d, см	4,0	5,0	4,5	5,2	4,7	4,2	4,8	5,3	4,0	4,7
h, м	1,20	1,85	1,90	2,00	1,95	1,60	2,10	1,65	1,75	2,00
$P \cdot 10^{-5}$ , Па	1,8	1,4	1,6	1,3	1,5	1,7	1,9	1,5	1,65	1,75



Н, насадок	внешний цилиндрический	конический сходящийся	конический расходящийся
---------------	---------------------------	--------------------------	----------------------------

### 19.3.4 Тестовые задания

1. Текучестью жидкости называется:

- A. величина прямо пропорциональная динамическому коэффициенту вязкости;
- B. величина обратная динамическому коэффициенту вязкости;
- C. величина обратно пропорциональная кинематическому коэффициенту вязкости;
- D. величина пропорциональная градусам Энглера.

2. Отличительным свойством жидкой среды от газообразной является:

- A. свойство теплопроводности;
- B. свойство текучести;
- C. свойство сжимаемости;
- D. свойство растяжимости.

2. Сжимаемость это свойство жидкости:

- A. изменять свою форму под действием давления;
- B. изменять свой объем под действием давления;
- C. сопротивляться воздействию давления, не изменяя свою форму;
- D. изменять свой объем без воздействия давления.

4. На какие виды разделяют действующие на жидкость внешние силы:

- A. силы инерции и поверхностного натяжения;
- B. внутренние и поверхностные;
- C. массовые и поверхностные;
- D. силы тяжести и давления.

5. К группе объемных (массовых сил), действующих на жидкую среду относится сила:

- A. давления;
- B. инерции;
- C. трения;
- D. поверхностного расширения.

6. Отличие от силы трения, возникающей при движении твердых тел, сила трения в потоке жидкости не зависит от:

- A. упругой деформации сдвига слоев жидкости;
- B. вязкости жидкости;
- C. скорости течения слоев жидкости;

D. давления в жидкости.

7. Реальной жидкостью называется жидкость:

- A. не существующая в природе;
- B. находящаяся при реальных условиях;
- C. в которой присутствует внутреннее трение;
- D. способная быстро испаряться.

8. Идеальной жидкостью называется:

- A. жидкость, в которой отсутствует внутреннее трение;
- B. жидкость, подходящая для применения;
- C. жидкость, способная сжиматься;
- D. жидкость, существующая только в определенных условиях.

9. Какие силы называются массовыми:

- A. сила тяжести и сила инерции;
- B. сила молекулярная и сила тяжести;
- C. сила инерции и сила гравитационная;
- D. сила давления и сила поверхностная.

10. Величина касательного напряжения (напряжение силы трения) в потоке жидкости согласно закону ньютона прямо пропорциональна скорости угловой деформации сдвига, определяемой по формуле, в которой коэффициент пропорциональности называется:

- A. коэффициент вязкого трения;
- B. кинематический коэффициент вязкости;
- C. коэффициент структурной вязкости;
- D. динамического коэффициента вязкости.

11. Внутреннее течение жидкой среды отличается от внешнего течения:

- A. отсутствием струйчатой структуры потока;
- B. отсутствием в потоке трения;
- C. наличием свободной поверхности;
- D. наличием ограничивающих поток твердых стенок.

12. Напорным движением жидкости называется:

- A. движение жидкости под напором;
- B. внутреннее течение, когда поток со всех сторон ограничен твердыми стенками;
- C. движение, обусловленное силой гравитационного притяжения;
- D. движение, при котором один поток напирает на другой.

### 20.1.3 Перечень заданий для контрольных работ

## Контрольная работа №1 по теме Численные методы решения уравнений математической физики

1. Полуограниченная струна, закрепленная на конце, возбуждена начальным отклонением:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \rightarrow 0 < x < \infty, t > 0 \\ u(0, t) = 0, \rightarrow t \geq 0 \\ u(x, 0) = \varphi(x) \\ u_t(x, 0) = 0 \end{cases}$$
$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, \rightarrow \rightarrow \rightarrow 0 \leq x \leq c \\ \frac{h}{c}(x - c), \rightarrow c \leq x \leq 2c \\ -\frac{h}{c}(x - 3c), \rightarrow 2c \leq x \leq 3c \\ 0, \rightarrow \rightarrow \rightarrow x \geq 3c \end{cases}$$

Начертить положение струны для моментов  $t = \frac{c}{a}$ , если  $a = 1$ ,  $c = 1$ ,  $h = 2$ .

2. В системе

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \alpha \frac{\partial u}{\partial x} + \beta \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \gamma \frac{\partial u}{\partial x} + \delta \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial u}{\partial x} + \mu \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad 0 < x < 1$$

подобрать параметры  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \mu, \lambda$  так, чтобы система стала гиперболической и чтобы краевая задача допускала корректную постановку:

- двух краевых условия на левой границе при  $x=0$ ,
- трех краевых условий на правой границе при  $x=1$ ,

- Контрольная работа №2 по теме Численные методы решения задач гидродинамики.

Провести часть характеристического анализа (найти собственные значения – характеристические скорости) системы уравнений из задания практикума (РГЗ) пункт 1.

- задание из практикума (домашнего задания) к курсу:

вариант №1

Задана квазилинейная система уравнений: **Мелкой воды**, описывающая неустановившееся течение в тонком слое (пленке) жидкости

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( hu^2 + \frac{1}{2} gh^2 \right) = -gh \frac{\partial b}{\partial x} \end{cases}$$

h – толщина слоя жидкости ( $h=h(t,x)$ );  
u – скорость жидкости ( $u=u(t,x)$ );  
b – профиль дна ( $b=b(x)$ );  
g – ускорение свободного падения;

Область решения задачи:  $0 \leq x \leq l$ ;  $0 \leq t \leq T$ ;  $l=1.0$ ;  $T=1.0$

Начальные условия:  $h(0, x) = \varphi(x)$ ;  $u(0, x) = \psi(x)$ ;

Краевые условия : а)  $u(t,0) = f(t)$ ;  $u(t,l) = s(t)$ ;

б)  $u_x(t,0) = f(t)$ ;  $h_x(t,l) = s(t)$ ;

в)  $u(t,0) = f(t)$ ;  $h_x(t,l) = s(t)$ ;

1. Провести характеристический анализ. Определить тип уравнения. Получить характеристическую систему уравнений.
2. Реализовать алгоритм и программу решения задачи сеточно-характеристическим методом.
3. Реализовать алгоритм и программу решения задачи методом Годунова.
4. Реализовать алгоритм и программу решения задачи методом крупных частиц.
5. Провести вычислительные эксперименты для двух задач:

"Прорыв плотины"    н.у.  $\varphi(x) = \begin{cases} 2.0 \dots, x \leq 0.5; \\ 1.0 \dots, x \geq 0.5 \end{cases}; \quad \psi(x) = 0;$   
к.у.                    в)  $f(t) = 0$ ;  $s(t) = 0$ ;

"Буря с стакане"    н.у.  $\varphi(x) = \begin{cases} 1.0 \dots, x \leq 0.45 \\ 2.0 \dots, 0.45 \leq x \leq 0.55; \\ 1.0 \dots, x \geq 0.55 \end{cases}; \quad \psi(x) = 0;$   
к.у.                    а)  $f(t) = 0$ ;  $s(t) = 0$ ;

#### 20.1.4 Темы курсовых работ

Нет курсовых работ.

#### 20.1.5 Темы рефератов

1. Модели плоских течений.
2. Частные случаи уравнений Навье-Стокса.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

*Практико-ориентированные задания*

## Контрольная работа

### на контрольной работе:

Отлично	отличное решение задач
Хорошо	решение задач не ниже хорошего уровня
Удовлетворительно	удовлетворительное решение задач
Неудовлетворительно	неудовлетворительное решение задач

### на зачёте:

зачтено	удовлетворительное владение теорией и удовлетворительное решение задач
не зачтено	неудовлетворительное владение теорией; или неудовлетворительное решение задач